

- Connaître la fonction de densité de la loi uniforme sur  $[a;b]$

## I. Approche empirique

### 1) « alea() » :

La fonction **alea()** du tableur (excel par exemple) nous renvoie un nombre aléatoire compris entre 0 et 1. Voici les résultats de 400 tirages :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	0,36695281	0,93527854	0,0907615	0,77181628	0,18976612	0,73606154	0,87323941	0,54854271	0,0118134	0,97482102
2	0,01326383	0,70211127	0,30755857	0,32290465	0,45862983	0,49480438	0,96125774	0,56694427	0,24325615	0,97768662
3	0,75080088	0,87436051	0,23144641	0,63961983	0,27495244	0,54133655	0,50647383	0,99610592	0,98292786	0,76563417
4	0,59504819	0,72660242	0,54749714	0,56173356	0,76197852	0,45181449	0,51408887	0,56174095	0,97872677	0,95511435
5	0,50175814	0,76393231	0,93418179	0,1705432	0,69568253	0,60878193	0,06045482	0,42749024	0,66993853	0,19435798
6	0,70000962	0,84740834	0,96575933	0,47195823	0,5177354	0,67268116	0,53712269	0,30919462	0,32291519	0,39594014
7	0,3792408	0,53079155	0,80240422	0,4826364	0,78959319	0,5730679	0,40137587	0,24993054	0,43299099	0,78993765
8	0,2726291	0,50961699	0,3425296	0,00964579	0,26438946	0,53420836	0,5231368	0,20138268	0,83601848	0,79678182
9	0,88517622	0,87585748	0,37047689	0,84102726	0,95138932	0,66185451	0,12899541	0,53734188	0,73663949	0,22135225
10	0,40052258	0,28176937	0,39847873	0,06126687	0,54297763	0,5809249	0,25409379	0,24259747	0,59918795	0,12260529
11	0,56651053	0,1586675	0,49932966	0,5834863	0,74659957	0,54404796	0,8244025	0,66952436	0,3370657	0,36715128
12	0,22787576	0,30719453	0,89243119	0,68561395	0,04991448	0,44213776	0,16870158	0,90435315	0,70703506	0,89980757
13	0,97299707	0,56514021	0,27054144	0,53279254	0,61689031	0,74707809	0,47842557	0,69675595	0,23602466	0,33858694
14	0,33126531	0,278674	0,4516002	0,03076043	0,62114666	0,56216369	0,83708992	0,35115692	0,71144039	0,18645625
15	0,80038631	0,36735946	0,28531837	0,41156523	0,17331078	0,7618052	0,17837249	0,46870973	0,78618148	0,18589362
16	0,91990469	0,24122814	0,98006907	0,07585225	0,31671716	0,72822047	0,12599605	0,14279876	0,75045687	0,31679583
17	0,65858329	0,80813555	0,46749456	0,65008867	0,41622477	0,46084472	0,22647455	0,78850339	0,50457317	0,91143327
18	0,33632221	0,79352419	0,93136484	0,67339746	0,4650087	0,63337595	0,91951521	0,20379569	0,06515699	0,83663794
19	0,87993682	0,38886218	0,64759593	0,90616468	0,32470223	0,13118102	0,68580287	0,09852783	0,55978102	0,79491882
20	0,24531279	0,75449311	0,67405044	0,66518099	0,63993205	0,46439741	0,29198205	0,41605515	0,843496	0,0369804
21	0,84211156	0,91074994	0,75053325	0,18815476	0,19966369	0,14025512	0,06526197	0,39655756	0,63703691	0,64938797
22	0,73992489	0,97702752	0,17971205	0,18858592	0,79774995	0,58222142	0,959736	0,83554646	0,81461153	0,8609672
23	0,60106558	0,6558323	0,21799402	0,94459074	0,232175	0,41447762	0,87665721	0,31472229	0,28794408	0,22127184
24	0,71578821	0,83711674	0,04622184	0,21837142	0,73589988	0,42662421	0,74861919	0,8545379	0,43716544	0,40951163
25	0,58659939	0,7178392	0,73485936	0,46409242	0,27354504	0,3189727	0,49536932	0,782975	0,77999162	0,55699244
26	0,65696361	0,24625282	0,52133802	0,4837072	0,64563362	0,3649486	0,76254742	0,40137971	0,01081829	0,02209095
27	0,12199473	0,89099759	0,83930923	0,55798479	0,87923404	0,20200864	0,26432381	0,63866736	0,50455011	0,00577062
28	0,68723802	0,5641614	0,42950687	0,81095043	0,63671794	0,25792027	0,61306981	0,10326242	0,95889243	0,98942516
29	0,29053078	0,1672588	0,84667024	0,42948156	0,51526977	0,38539308	0,6082401	0,87479388	0,15929277	0,17194159
30	0,37035774	0,5834398	0,96687472	0,84907033	0,36733463	0,69824138	0,51891399	0,38166329	0,79115379	0,07068985
31	0,44658057	0,75525004	0,5010395	0,74586	0,57156744	0,48012732	0,18855264	0,91403286	0,95516144	0,14654915
32	0,36817313	0,76649367	0,65187029	0,55012061	0,66327562	0,67681191	0,5734734	0,95311617	0,53072526	0,09985217
33	0,98364071	0,11050994	0,25010605	0,18597344	0,95651757	0,24343741	0,05893672	0,08896205	0,52885262	0,21009915
34	0,6465743	0,80665043	0,26928839	0,48395935	0,55677803	0,98797789	0,56125256	0,58853246	0,66741447	0,06789413
35	0,0884614	0,10680629	0,49148446	0,56136411	0,09177103	0,84895636	0,0119007	0,77533645	0,69030206	0,55154536
36	0,96046056	0,42523766	0,8774203	0,49915206	0,22167688	0,3770713	0,15387485	0,02842969	0,59026661	0,79055392
37	0,27341772	0,88623941	0,87057227	0,12880476	0,96032129	0,2223565	0,0034211	0,38744772	0,63317072	0,67024221
38	0,38507103	0,3269732	0,41044095	0,5346887	0,37642523	0,76529754	0,47567036	0,21002167	0,52039597	0,73307721
39	0,12226996	0,45006854	0,06628277	0,83843278	0,75318414	0,34026363	0,43548768	0,2755558	0,22802911	0,29726916
40	0,62376771	0,1544384	0,09998407	0,51620776	0,89869967	0,42945645	0,04031417	0,57028343	0,91415566	0,49973573

Quelle est la probabilité qu'on obtienne un nombre strictement inférieur à 0,5 ?

A priori, cette probabilité est égale à 0,5.

Quelle est la probabilité qu'on obtienne un nombre strictement inférieur à 0,3 ?

Cette probabilité est égale à 0,3.



### 2) « alea()\*9+2 » :

Cette fonction nous donne aléatoirement un nombre compris entre 2 et 11.

Quelle est la probabilité qu'on obtienne un nombre strictement inférieur à 5 ?

Cette probabilité est égale à  $\frac{3}{9}$ .

Quelle est la probabilité qu'on obtienne un nombre inférieur ou égal à 5 ?

Cette probabilité est aussi égale à  $\frac{3}{9}$ .

**Définition :** La loi uniforme modélise l'expérience aléatoire qui consiste à choisir aléatoirement un réel dans un intervalle donné.

## II. Loi uniforme sur un intervalle

### Définition :

Une variable aléatoire continue  $X$  est une variable aléatoire qui prend un nombre infini de valeurs.

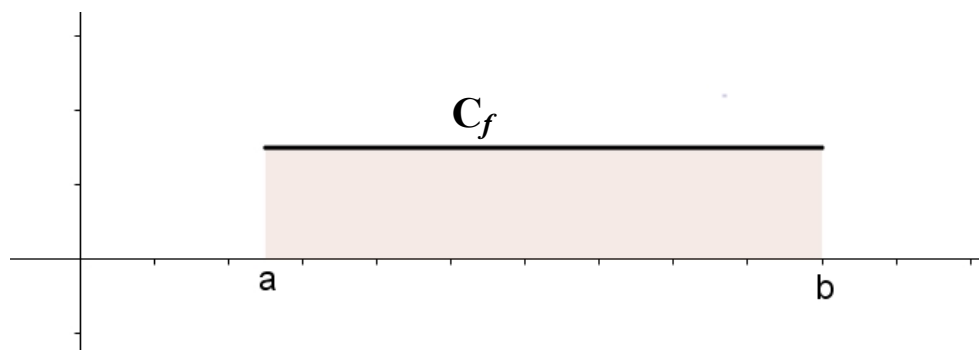
Une fonction de densité sur un intervalle  $[a;b]$  est une fonction  $f$  continue et positive

telle que :  $\int_a^b f(x)dx = 1$

Exemple : La loi uniforme est une loi à densité.

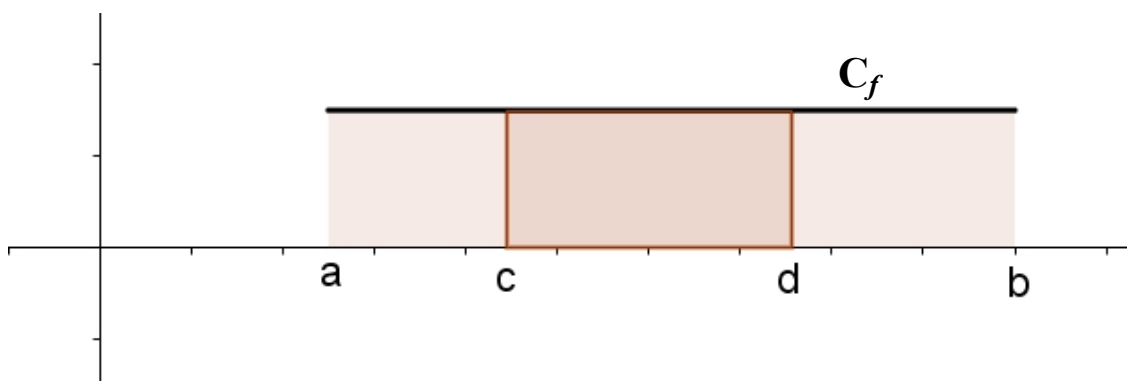
Proposition : La fonction de densité de la loi uniforme sur  $[a;b]$  est la fonction définie

par:  $f(x) = \frac{1}{b-a}$ .



Proposition : Soit  $c$  et  $d$  tels que :  $c < d$  ,  $c \in [a;b]$  et  $d \in [a;b]$ .

$$P(X \in [c;d]) = \frac{d-c}{b-a}$$



Remarque :  $P(X \in [a;b]) = \frac{b-a}{b-a} = 1$

Proposition : La loi uniforme a pour espérance  $E(X) = \frac{a+b}{2}$