Chapitre 1 : # Taux d'évolution TSTMG

- Passer de l'indice au taux d'évolution, et réciproquement.
- Déterminer avec une calculatrice ou un tableur la solution positive de l'équation x^n=a, lorsque a est un réel positif.
-Trouver le taux moyen connaissant le taux global

I. Taux d'évolution, coefficient multiplicateur et indice

Définition :

- Le coefficient multiplicateur entre 2 nombres y_1 et y_2 est : $c = \frac{y_2}{y_1}$

- L'indice entre 2 nombres y_1 et y_2 est : $i = 100 \times \frac{y_2}{y_1}$

- La taux d'évolution entre 2 nombres y_1 et y_2 est : $t = \frac{y_2}{y_1} - 1$

Remarque : ● $c = 1 + t$ et $t = c - 1$
● Un taux d'évolution peut être écrit sous forme décimale, sous forme fractionnaire ou sous forme de pourcentage. (% équivaut à $\frac{}{100}$)

Proposition :
Si le taux d'évolution est positif, alors il s'agit d'une hausse (et réciproquement).
Si le taux d'évolution est négatif, alors il s'agit d'une baisse (et réciproquement).

Exemple : En magasin, un article est passé de 79€ à 67,15€ pendant les soldes.
a) Calcule le taux d'évolution entre 79€ et 67,15€.
Après la fin des soldes, l'article est augmenté de 15%.
b) Calcule le nouveau prix de l'article.

a) $t = \frac{67,15}{79} - 1$
$t = -0,15$

Le taux d'évolution de cet article est de -0,15, soit une baisse de 15%.

b) Soit x le nouveau prix de l'article.
$x = 67,15 \times (1 + 0,15)$
$x = 67,15 \times (1,15)$
$x \approx 77,22€$

L'article coute maintenant 77,22€.

Proposition : Soit i l'indice et soit t le taux d'évolution entre 2 nombres y_1 et y_2.
• $i=(1+t)\times 100$ • $t=\dfrac{i-1}{100}$

Exemple : Voici les indices et taux d'évolution de prix de production de services pour le marché français. 2005 est l'année de base de l'indice. Complète ce tableau :

année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
indice	96,6	100	102,5	104,1	105,7	109,2	109,7	114,9	115,1
taux d'évolution par rapport à l'année précédente	X	3,52%	2,5%	1,56%	1,54%	3,31%	0,46%	4,74%	0,17%

II. Taux moyen et taux global

Exemple : Un industriel a vu ses commandes augmenter de 8% entre 2009 et 2010, puis de 77% entre 2010 et 2011.
a) Quel est le taux d'évolution des commandes entre 2009 et 2011 ?

Les commandes de cet industriel ont ensuite diminué de 36% entre 2011 et 2013.
b) En moyenne, quel a été le taux d'évolution annuel entre 2011 et 2013 ?

a) Le coefficient multiplicateur entre 2009 et 2010 est : *1,08*
Le coefficient multiplicateur entre 2010 et 2011 est : *1,77*
Le coefficient multiplicateur entre 2009 et 2011 est donc: *1,08* x *1,77 = 1,9116*
Le taux d'évolution t entre 2009 et 2011 est donc : $t = c-1$

$t = 0{,}9116$

$\underline{t = 91{,}16\%}$

b) Entre 2011 et 2013, le taux d'évolution est de *-36%*, ce qui correspond à un coefficient multiplicateur c de : $c = 1+t$

$c = 1-0{,}36=0{,}64$

On note x, le coefficient multiplicateur annuel moyen entre 2011 et 2013 :

$x^2= 0{,}64$

$x = \sqrt{0{,}64}$

$x= 0{,}8$

Le taux d'évolution moyen entre 2011 et 2013 est donc : *1 - 0,8 = 0,2 = 20%*

Définition : - Le taux global est le taux calculé après plusieurs évolutions successives.
- Le taux moyen est une moyenne sur chaque évolution. La taux moyen est obtenu à partir du taux global grâce à la formule :

$t_M = (1+t_G)^{\frac{1}{n}} - 1 = \sqrt[n]{1+t_G} - 1$ où n désigne le nombre d'évolutions.

Exemple: Une somme de 3 000 € est placée sur un livret qui rapporte 7% d'intérêts la première année, 4% la deuxième année et 3% la 3ème année.

a) Calcule le taux global sur les 3 années.
b) Calcule le taux moyen par année.

a) Le coefficient multiplicateur associé à une évolution de 7% (respectivement 4% et 3%) est 1,07 (respectivement 1,04 et 1,03).
Après la première année, la somme est multipliée par 1,07, après la 2ème année, elle est multipliée par 1,04 et après la 3ème année par 1,03.
Globalement, au bout des 3 ans, la somme est multiplié par $1{,}07 \times 1{,}04 \times 1{,}03 = 1{,}146184$.
Ce qui équivaut à un taux global de 0,146184 soit 14,62% environ.

b) Le taux global est de 14,6184%.

D'après la formule : $t_M = (1+t_G)^{\frac{1}{n}} - 1$ où n=3 et $t_G = 0{,}146184$

$t_M = (0{,}146184)^{\frac{1}{3}} - 1$

$t_M \approx 1{,}0465 - 1$

$t_M \approx 0{,}0465$ soit 4,65%